



موسسه آموزش عالی نبی اکرم (ص)

نام درس: ریاضی (۲) تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۰۴/۲

نام و نام خانوادگی

نام استاد: دکتر سهرابی رشته:

شماره دانشجویی

نیمسال دوم سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

زمان امتحان ۱۱۰ دقیقه

۱- مقدار سری $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n+1)!}$ را بیابید

۲- هرگاه $f(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$ در این صورت نشان دهید که: $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0$

۳- مقدار ماکزیمم تابع $f(x, y) = xyz$ را با شرط $x + y + z = 24$ بیابید

۴- حدود زیر را در صورت وجود بیابید

(الف) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2}$

(ب) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y}{x^4 + y^2}$

۵- مقدار a چقدر باشد که تابع زیر بر R^2 پیوسته باشد

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{|x| + |y|} & (x, y) \neq (0, 0) \\ a & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

۶- مطلوبست محاسبه مشتق جهتی تابع $f(x, y, z) = x \sin y \cos z$ در نقطه $(1, \pi, \frac{\pi}{4})$ و در جهت

بردار $2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$

۷- انتگرالهای زیر را بیابید (فقط ۲ مورد به دلخواه)

$$\int_0^1 \int_{2y}^2 \cos(x^2) dx dy \quad (\text{الف})$$

$$\int_0^{\infty} \frac{e^{-ax} - e^{-bx}}{x} dx \quad (\text{ب})$$

$$\int_0^1 \int_{3y}^3 e^{x^2} dx dy \quad (\text{ج})$$

۸- انتگرالهای زیر را با روش تغییر متغیر حل نمایید (فقط ۲ مورد به دلخواه)

$$\int_0^a \int_0^{\sqrt{a^2-x^2}} \frac{dy dx}{(1+x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{الف})$$

$$\int_0^{\infty} \int_0^{\infty} e^{-(x^2+y^2)} dx dy \quad (\text{ب})$$

$$\int_{-1}^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} x^2(x^2+y^2)^2 dy dx \quad (\text{ج})$$