



موسسه آموزش عالی نبی اکرم (ص)

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تاریخ امتحان: ۹۶/۰۳/۲۸  
زمان امتحان: ۱۰۰ دقیقه  
سال تحصیلی: ۹۵-۹۶

نام درس: فرآیندهای تصادفی  
نام استاد: نقی پور  
نیمسال: دوم

نام و نام خانوادگی:  
شماره دانشجویی:  
رشته: کارشناسی ارشد هوش مصنوعی

۱. فرآیندهای تصادفی پواسون و سیگنال تلگرافی را با رسم شکل توضیح دهید.

۲. در فرآیند پواسون با  $\lambda$  ثابت می‌دانیم  $m_X(t) = \lambda t$  و  $R_X(t, s) = \lambda^2 ts + \lambda \min\{t, s\}$ ، در صورتی که  $Y(t) = X'(t)$  باشد،  $m_Y(t)$  و  $R_Y(\tau)$  را به دست آورید.

۳. فرض کنید  $m(t)$  یک فرآیند WSS به چگالی توان  $S_m(f)$  باشد، چگالی توان  $X(t) = m(t)\cos(\omega t + \Theta)$  که  $\Theta$  یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه  $[0, 2\pi]$  است، را به دست آورید. توجه شود که

$$\mathfrak{F}\left[\frac{1}{2}\cos(\omega\tau)\right] = \frac{1}{4}\left(\delta\left(f - \frac{\omega}{2\pi}\right) + \delta\left(f + \frac{\omega}{2\pi}\right)\right)$$

$\mathfrak{F}$  تبدیل فوری را نشان می‌دهد.

۴. سه متغیر تصادفی  $X_1$ ،  $X_2$  و  $Y$  مفروض هستند. می‌خواهیم با مشاهده  $X_1$  و  $X_2$  مقدار  $Y$  را با رابطه‌ی به فرم  $\hat{Y} = a_1 X_1 + a_2 X_2$  تخمین بزنیم به طوری که  $p = E(Y - \hat{Y})^2$  حداقل شود. مقادیر  $a_1$  و  $a_2$  و همچنین می‌نیم خطا،  $p_{\min}$  را بر حسب ممان‌های  $X_1$ ،  $X_2$  و  $Y$  به دست آورید.

۵. فرض کنید  $X_1$ ،  $X_2$ ،  $X_3$  سه متغیر تصادفی توأمأً مستقل پواسون با متوسط‌های  $EX_1 = 1$ ،  $EX_2 = 2$  و  $EX_3 = 3$  می‌باشند. بر حسب آن‌ها سه متغیر تصادفی زیر را تعریف می‌کنیم:

$$\begin{aligned} Y_1 &= X_1 \\ Y_2 &= X_2 - X_1 \\ Y_3 &= X_3 - X_2 \end{aligned}$$

(الف) ماتریس همبستگی بردار  $X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \end{pmatrix}$  را بیابید.

(ب) احتمال پیشامد  $\{Y_1 = Y_2 = Y_3 = 3\}$  را به دست آورید.

۶. آیا فرآیند  $X(t) = A$  که  $A$  یک متغیر تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه  $[0, 1]$  است، ارگادیک در متوسط  $(ME)$  می‌باشد؟ چرا؟

موفق و پیروز باشید.