



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری  
موسسه آموزش عالی نبی اکرم (ص)

زمان امتحان: ۱۷۰ دقیقه

نام و نام خانوادگی: \_\_\_\_\_ شماره دانشجویی: \_\_\_\_\_ رشته: مهندسی مکانیک مقطع: کارشناسی ارشد

نام درس: دینامیک سیالات محاسباتی نام استاد: محمدتقی شروانی تبار تاریخ: ۱۳۹۶/۳/۲۷ □ نیمسال اول / □ نیمسال دوم / □ تابستان

۱- رابطه مومنتوم را برای یک جریان سیال لزج در جهت X به صورت دیفرانسیلی و غیربقیایی بنویسید. (۵ نمره)

۲- معادله دیفرانسیل با مشتقات نسبی بیضی گون ذیل را داریم:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} = 0$$

این معادله دیفرانسیل با مشتقات نسبی را با استفاده از روش انتگرال گسسته‌سازی نمایید. (۵ نمره)

۳- معادله دیفرانسیل با مشتقات نسبی ذیل را که به معادله موج از مرتبه اول معروف است داریم:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad c > 0$$

این معادله به شکل ذیل گسسته‌سازی شده است که به Leap Frog Method مرسوم است:

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^{n-1}}{2\Delta t} + c \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0$$

با استفاده از آنالیز پایداری فون نیومن (آنالیز پایداری فوریه) شرط پایداری معادله گسسته‌سازی شده فوق را

بدست آورید. (۵ نمره)

۴- معادله دیفرانسیل با مشتقات نسبی ذیل داده شده است (معادله موج از مرتبه اول):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + c \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad c > 0$$

این معادله به شکل ذیل گسسته‌سازی شده است که به Lax Method مرسوم است:

$$\frac{u_j^{n+1} - \left( \frac{u_{j+1}^n + u_{j-1}^n}{2} \right)}{\Delta t} + c \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0$$

اولاً- مرتبه خطای معادله گسسته‌سازی شده فوق را بدست آورید. (۲/۵ نمره)

ثانیاً- در مورد سازگاری معادله گسسته‌سازی شده فوق بحث کنید. (۲/۵ نمره)

موفق باشید

محمدتقی شروانی تبار